

# Risiken durchschauen: Grafische und analoge Werkzeuge<sup>1</sup>

ELKE KURZ-MILCKE, LUDWIGSBURG, GERD GIGERENZER, BERLIN UND LAURA MARTIGNON,  
LUDWIGSBURG

---

<sup>1</sup> Dieser Beitrag basiert auf einer Veröffentlichung der Autoren in den *Annals of The New York Academy of Sciences*, 1128 (2008). Die Abbildungen wurden aus dieser Publikation übernommen.

**Zusammenfassung:** *Grafische und analoge Darstellungen können genutzt werden, um Risiken verständlich und begreifbar zu machen. Analoge Darstellungen zeichnen sich dadurch aus, dass Individuen einer Population jeweils durch ein einzelnes Symbol oder Zeichen repräsentiert werden. Wir zeigen an Beispielen*

len wie (1) Baumdiagramme zur Darstellung von natürlichen Häufigkeiten verwendet werden; (2) Entscheidungsbäume die schnelle und einfache Einschätzung von Risiken unterstützen; (3) Säulendiagramme dem relativen das absolute Risiko gegenüberstellen; (4) Risiken in Populationsdiagrammen verstehbar werden und wie (5) das aktive oder beobachtete Sortieren und Gruppieren von farbigen Steckwürfeln ein Format zur Darstellung von Risiken ist.

## 1 Einleitung

Im Jahr 1936 erschien erstmals „Doktor Erich Kästners Lyrische Hausapotheke“, wie der Autor es fasste: „ein Nachschlagewerk, das der Behandlung des durchschnittlichen Innenlebens gewidmet ist.“ Im Vorwort heißt es dazu: „Die Formulierung, die Verallgemeinerung, die Antithese, die Parodie und die übrigen Variationen der Maßstäbe und der Empfindungsgrade, alles das sind bewährte Heilmethoden. Und in der folgenden Gebrauchsanweisung werden sie samt und sonders beansprucht und diszipliniert.“ Darstellungen von Risiken sprechen zumeist und ganz unwillkürlich eben dieses, unser „durchschnittliches Innenleben“, an. Doktor Kästner fasste sein Rezept zur Behandlung seelischer Nöte kurz und knapp: „Formulierung ist heilsam.“ Von A wie „Alter“ bis Z wie „Zeitgenossen“ reichten die Nöte und Arzneien des Doktors in der *Hausapotheke*.

Kann „Formulierung“ auch bei Risiken heilsam wirken? Toxisch wirken jedenfalls kann sie, dazu ein Beispiel aus dem Bereich der Schwangerschaftsverhütung. Pressemeldungen zu Risiken der Antibabypille brachten Frauen dazu die Einnahme sofort zu beenden. Eine solche „Pillen-Panik“ betraf auch die sogenannte Pille der dritten Generation. Mitte der 90er Jahre berichtete die britische Presse über die Ergebnisse einer Studie nach der Frauen, die diese Antibabypille einnahmen, ihr Thromboembolie-Risiko um 100 Prozent erhöhten. Thromboembolie kann zu schweren Schlaganfällen führen. Tausende Britinnen brachen nach dieser schlechten Presse für die Pille bestürzt die Einnahme ab. In der Folge gab es eine Welle ungewollter Schwangerschaften.

Was hatte die Studie, auf die sich die Nachrichten bezogen, gezeigt? Von 7.000 Frauen, die die Pille *nicht* eingenommen hatten, trat Thromboembolie bei *einer* Frau auf; bei 7.000 Frauen, die die Pille eingenommen hatten, stieg die Anzahl von eins auf *zwei*. Das absolute Risiko stieg durch die Einnahme also um 1 von 14.000 an, das relative Risiko erfuhr dadurch einen Anstieg um 100 Prozent (Jain et al. 1998). Obwohl einander entsprechend, können Angaben zur Erhö-

hung (oder zur Verringerung) des absoluten bzw. des relativen Risikos jeweils sehr verschiedene Reaktionen im „Innenleben“ der Adressaten auslösen. Schätzungen zufolge, führte die Verbreitung der Nachricht eines hundertprozentigen Anstiegs des Thromboembolie-Risikos (relative Risikoerhöhung) letztlich zu mehr als 10.000 Schwangerschaftsabbrüchen.

Die britischen Frauen hatten also durchaus eine korrekte Information erhalten, allerdings in einer Form, die sie in vielen Fällen eine Entscheidung entgegen ihren eigenen Interessen und ihrer Gesundheit treffen ließ. Damit wurde diese Information im wahrsten Sinn toxisch. Wer einmal Kästners Lyrik-Bändchen in die Hand nimmt, wird feststellen, dass darin nicht einer schreibt, der „Herzeleid“ oder gar die Welt beschönigen wollte. Kästner suchte im Sinne seiner Leser und stellvertretend für diese zu formulieren. Wie können Risiken im Sinne der betroffenen Menschen zur Darstellung gebracht werden? Indem sie nach Kräften transparent gemacht werden.

Wir geben im Folgenden eine kurze Zusammenschau von Werkzeugen, die Transparenz in der Kommunikation und in der Einschätzung von Risiken erzeugen können. Wir besprechen einige graphische Darstellungen, einschließlich solcher, die wir als analog bezeichnen wollen. Dabei zeigt sich auch, dass das Sprichwort „ein Bild sagt mehr als 1000 Worte“ nicht immer wahr ist. Wie numerische Darstellungen, so sind manche graphischen Darstellungen verständlich, andere hingegen führen den Betrachter durch ihre undurchsichtige Darstellung leicht in die Irre. Nicht explizit behandeln können wir hier die Interessenkonflikte, die den Gebrauch von Darstellungen begünstigen und tolerieren, die nachweislich wenig anschaulich und durchschaubar für die meisten Verbraucher, Patienten und Bürger sind (Gigerenzer 2002).

Wie im Fall der „Pillenpanik“ geschehen, können Darstellungen von Risiken zu mächtigen Faktoren werden, die Menschen in ihrem Verhalten beeinflussen (vgl. Kurz-Milcke 2004). Umso wichtiger ist es deshalb, Werkzeuge zur transparenten Darstellung von Risiken zu entwickeln, zu erlernen und deren Verwendung einzufordern. *Doktor Kästners Lyrische Hausapotheke* war letztlich als ein Stück Selbsthilfe für den Leser konzipiert. Wie die Stimme des Lyrikers, kann auch die der Stochastik unser „durchschnittliches Innenleben“ ein Stück weit zur Selbsthilfe befähigen?

## 2 Bäume: natürliche vs. relative Häufigkeiten

Baumdiagramme spielen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung eine herausragende Rolle und treten in

verschiedenen Spielarten auf, je nach Art der Information, die sie zur Darstellung bringen. Baumdiagramme gelten im Allgemeinen als gut verständliche und übersichtliche Darstellungen. Nicht jeder Baum ist allerdings unmittelbar zu durchschauen. In Abbildung 1 sind zwei formgleiche Baumdiagramme nebeneinander gestellt. Der linke Baum enthält Angaben in relativen, der rechte in *natürlichen Häufigkeiten* (Gigerenzer 1998). Zu diesen Häufigkeiten kann man sich den berichteten Fall einer frisch verheirateten und schwangeren Frau in Kalifornien vorstellen, die durch ihren Arzt aufgefordert wurde, einen Routine-Aids-Test durchführen zu lassen, um eine Woche später zu erfahren, dass ihr Blut sowohl im ELISA- als auch im Western-Blot-Test positiv getestet worden sei. Damit läge eine HIV-Infektion bei ihr vor. Wie unschwer vorzustellen ist, begann in diesem Moment eine Leidensgeschichte. Später stellte sich allerdings heraus, dass sie gar nicht HIV infiziert war. Hätte sie von Anbeginn an diese Möglichkeit in Erwägung ziehen können?

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine positiv getestete Person auch wirklich infiziert ist? Das Baumdiagramm auf der linken Seite macht dazu die folgenden Angaben: 0,01 Prozent der Menschen ohne Risikoverhalten sind infiziert. (Angaben wie diese und die folgenden sind Schätzwerte aus medizinischen und epidemiologischen Untersuchungen.) Von diesen werden 99,9 Prozent positiv getestet und entsprechend 0,1 Prozent negativ, die letzteren fälschlicherweise. Bei den Nicht-Infizierten werden 99,99 Prozent korrekterweise negativ getestet und nur 0,01 Prozent fälschlicherweise positiv. Damit stehen die relevanten Angaben zur Verfügung und die Frage, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass eine positiv getestete Person auch wirklich infiziert ist, kann beantwortet werden. Wirklich? Die meisten Menschen,

auch Ärzte und ihre Patienten, tun sich hier schwer. Eine typische Antwort ist dann auch 99,9 Prozent, will heißen, die junge Frau hätte dann praktisch kaum Anlass gehabt eine Infektion anzuzweifeln – wie zunächst tatsächlich in diesem Fall geschehen.

Die rechte Seite in Abbildung 1 erzählt eine andere Geschichte. Die Geschichte ist schon deshalb anders, weil das Baumdiagramm ausschließlich natürliche Zahlen beinhaltet, die Häufigkeiten in einer angenommenen Grundgesamtheit von 10.000 Menschen darstellen, deshalb *natürliche Häufigkeiten*. Anstelle der Population von Menschen ohne Risikoverhalten tritt eine zahlenmäßig fest umrissene Grundgesamtheit, die anhand der bekannten Erwartungswerte konstruiert wurde. Die Situation für diese Grundgesamtheit von Individuen ohne Risikoverhalten ist dann die folgende: Einer unter diesen 10.000 Individuen ist infiziert. Dieser Mensch testet in aller Regel positiv. Von den übrigen 9999 nicht infizierten Individuen testet ein weiteres Individuum ebenfalls positiv. Also ist nur einer der beiden positiv getesteten Individuen tatsächlich infiziert. Hätte die junge Frau aus Kalifornien sich in dieser 50-50 Situation gesehen, hätte sie sich nicht schon vor vollendete Tatsachen gestellt sehen müssen.

Nun haben wir uns erlaubt, die beiden Geschichten und Baumdiagramme Seite and Seite zu stellen. Sind die Angaben in den Diagrammen aber wirklich deckungsgleich? Nein, denn es handelt sich um eine „Übersetzung“ in diesem Fall numerischer Information. Diese Übersetzung möchte nicht konzeptgetreu sein, sondern bietet eben gerade eine echte Alternative in der Darstellung. Natürliche Häufigkeiten sind keine relativen Häufigkeiten, da sie sich *qua definitio-nem* auf eine bestimmte Grundgesamtheit beziehen, deshalb leisten sie nicht was relative Häufigkeiten

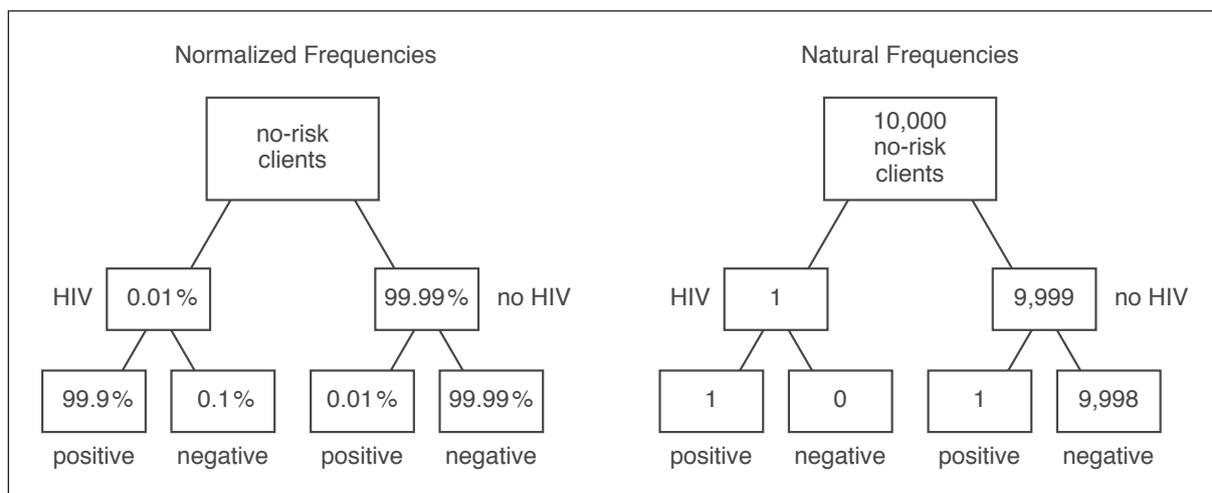


Abb. 1: Zwei Arten von Häufigkeits-Bäumen mit Information zu HIV-Tests: Relative Häufigkeiten (links), und *Natürliche Häufigkeiten* (rechts).

vermögen. Gleichzeitig leisten sie etwas anderes, denn sie bieten einen festen Bezugs- und Ausgangspunkt für die Modellierung an, das kann hilfreich, unter Umständen sogar heilsam sein, wenn Risiken eingeschätzt werden sollen. Kommt man bei korrekter Verrechnung der Information (Abb. 2) für die beiden Bäume zu unterschiedlichen Einschätzungen der Situation der jungen Frau? Die Antwort ist schlicht: Nein. Kommen die allermeisten Menschen mit diesen beiden Darstellungen zu unterschiedlichen Einschätzungen der Situation der jungen Frau? Ja.

$$P(\text{HIV}|\text{pos}) = \frac{P(\text{HIV})P(\text{pos}|\text{HIV})}{P(\text{HIV})P(\text{pos}|\text{HIV}) + P(\text{keinHIV})P(\text{pos}|\text{keinHIV})}$$

$$P(\text{HIV}|\text{pos}) = \frac{0,01\% \cdot 99,9\%}{0,01\% \cdot 99,9\% + 99,99\% \cdot 0,01\%} \approx 50\%.$$

*Natürlichen Häufigkeiten* reduzieren die Berechnung auf ein Modell, das durch einen einfachen arithmetischen Term dargestellt wird:

$$P(\text{HIV}|\text{pos}) = \frac{1}{1+1}$$

Abb. 2: Berechnung des Positiven Vorhersagewertes zur Beantwortung der Frage: Wie wahrscheinlich ist es, dass eine Person infiziert ist, wenn ein positives Testergebnis vorliegt?

Die *Natürlichen Häufigkeiten* für das Beispiel des medizinischen Tests modellieren Beziehungen zwischen Häufigkeiten in einer bestimmten Grundgesamtheit. Grundgesamtheit und Häufigkeits-Beziehungen stellen in diesem Fall mit den Mitteln der beschreibenden Statistik eine probabilistische Situation dar, mit anderen Worten, ein Risiko. Gewinn und Verlust liegen auch für die Darstellung des Risikos nahe beieinander: Wo relative Häufigkeiten waren, stehen jetzt ganzzahlige Erwartungswerte; wo (für die meisten Personen) schwer durchschaubare Berechnung notwendig war, steht jetzt durchschaubare Arithmetik. Strittig könnte an dieser Stelle die Frage sein, ob damit nicht zentrale Aspekte der probabilistischen Situation unterschlagen worden sind, z. B. hinsichtlich der Unsicherheit oder Variabilität in den Angaben, die für jede konkrete Stichprobe (etwa von 10.000 Personen) zu erwarten wären. Dazu besteht aber keine Notwendigkeit, im Gegenteil, so können natürliche Häufigkeiten sogar hilfreich sein, Quellen der Variabilität und Unsicherheit zu thematisieren, weil sie eine transparente Grundlage für die weitere Elaborierung bieten. Das Verständnis der linken Seite in Abb. 1 kann so auch von dem der rechten Seite profitieren (s. zu Transfer Sedlmeier, P. & Gigerenzer 2001; Wassner et al. 2004). *Natürliche Häufigkeiten*

existieren grundsätzlich nur im Zusammenhang mit einer aktiven mentalen Vorstellung zur gegebenen Situation. In diesem Sinne stehen sie nicht losgelöst und für sich, sondern gehören in einen Darstellungszusammenhang, der gestaltet sein möchte.

*Natürliche Häufigkeiten* gehören auch nicht an sich in den Bereich der beschreibenden Statistik; natürliche Häufigkeiten entfalten ihre Wirkung mit der Inferenz (vgl. dazu auch das Schulbuch von Jahnke und Wuttke 2005). Gleichzeitig können zu ihrer Darstellung Formate verwendet werden, die typisch für die beschreibende Statistik sind. Zum Beispiel kann das Baumdiagramm aus Abb. 1 (rechts) ohne weiteres auch als Kontingenztafel dargestellt werden. Die Inferenz auf den Positiven Vorhersagewert kann dann entweder anhand dieser Darstellung vorgenommen werden oder es kann sich anbieten, wie in Abb. 3 gezeigt, einen zweiten deckungsgleichen Baum zu konstruieren, der die Grundgesamtheit in der ersten Ebene nach Testergebnis (positiv versus negativ) und nicht nach Infektionsstatus (infiziert vs. nicht-infiziert) aufteilt. Da die Ausgänge in der untersten Ebene dieser beiden Bäume die selben Anzahlen enthalten müssen, bieten sich auch *Doppel-Baum-Strukturen* an, die die Aufteilung nach den Merkmalen jeweils nach oben und unten entwickeln (Wassner et al. 2002).

### 3 Entscheidungsbäume mit Mut zur Lücke

Entscheidungsbäume bilden Entscheidungsprozesse ab. Häufig entsteht in Situationen, die durch Unsicherheit und Risiken gekennzeichnet sind, Handlungsdruck: Es muss etwas getan werden, möglichst rasch. Paradigmatisch ist der Patient mit Verdacht auf Herzinfarkt. Soll der Mann, der Schmerzen im Brustbereich hat, sofort auf die Intensivstation oder zur Beobachtung in ein reguläres Krankenbett? Offensichtlich sollten die Ressourcen der Intensiv-Medizin nicht unnötig eingesetzt werden, aber auch für den Patienten ist ein Aufenthalt in der Intensiv-Station mit spezifischen Risiken verbunden. Andererseits muss bei Infarkt rasch die entsprechende Behandlung in der Intensivstation erfolgen.

Für diese Entscheidung können eine Vielzahl von Faktoren herangezogen werden, die gebotene Eile verbietet allerdings, dass eine erschöpfende Abklärung von Kriterien zur Einweisung in die eine oder andere Abteilung stattfinden kann. Was tun? Auf die eine oder andere Weise braucht es in dieser Situation den sprichwörtlichen Mut zur Lücke. In diesem Sinne weisen „mutige“ Entscheidungsbäume immer nur einen Teil der möglichen Verzweigungen auf. Manche

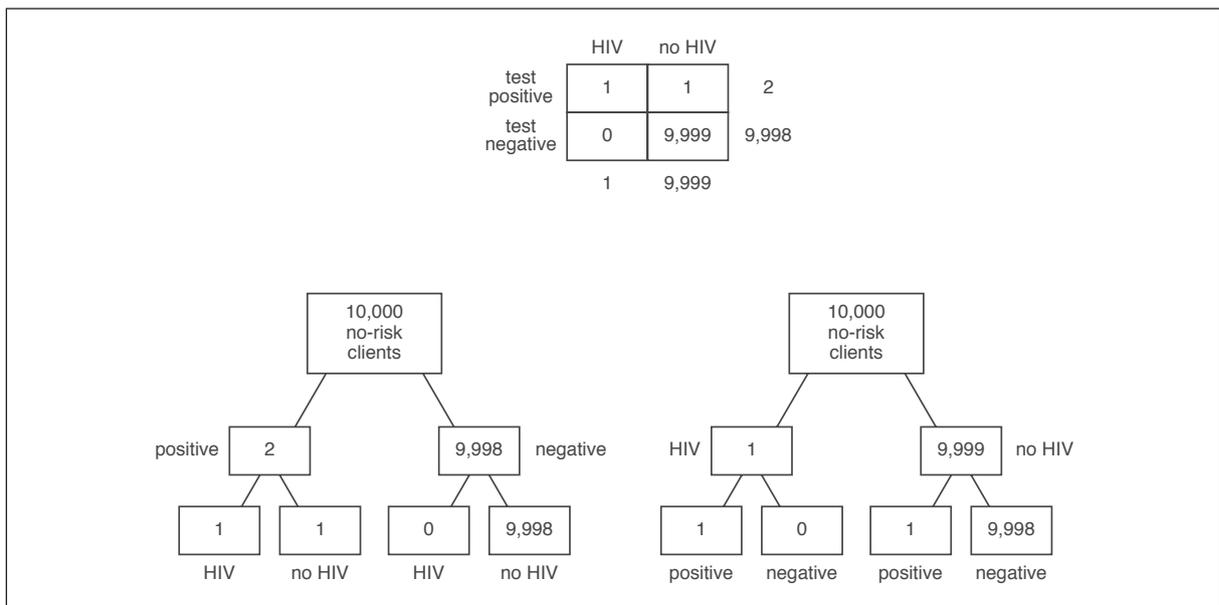


Abb. 3: Kontingenztabelle zum HIV-Test mit den beiden möglichen Baumdiagrammen.

Verzweigungen enden vorzeitig, in der Sprache der Entscheidungsfindung: Der Entscheidungsprozess wird mit dem Auftreten von bestimmten Bedingungen (z. B. einer spezifischen Veränderung des Kardioграмms) unmittelbar zu einem Abschluss gebracht.

Die Forschungen zweier theoretisch arbeitender Mediziner, Green und Meer, von der Universität Michigan, des Hortenzentrums in Zürich und des Zentrums für Adaptives Verhalten und Kognition des Max Planck Instituts für Bildungsforschung in Berlin (Gigerenzer et al. 1999) zeigen, dass in Gefahrensituationen, wenn die Zeit knapp ist, Risiken mit solchen „verkürzten“ oder „mutigen“ Entscheidungsprozessen begegnet wird. Im Fall der Einweisung bei Verdacht auf Herzinfarkt hat sich unter dem Druck der Situation eine besonders stringente Version der Reduktion auf wenige Verästelungen bewährt. Dieser Entscheidungsfindungsprozess ist als ein „schneller & einfacher“ Baum (*fast & frugal tree*; Abb. 4) darstellbar.

*Schnelle & einfache* Bäume zeichnen sich durch einen Endpunkt auf jeder Ebene aus; bei  $n$  Indikatoren ergeben sich dann  $n + 1$  Endpunkte im Baum. Für den vorliegenden Fall hat der *schnelle & einfache* Baum drei Hauptindikatoren (Abb. 4). Für den ersten Indikator wird abgefragt, ob es spezifische Anomalien im Elektrokardiogramm des Patienten gibt. Wenn ja, so wird der Patient sofort in die Intensivstation geschickt (erster Ausgangspunkt). Für den zweiten Indikator wird nach Schmerzen im Brustbereich gefragt. Sind diese Schmerzen kein vorrangiges Symptom, wird der Patient in ein reguläres Krankenbett aufgenommen (2. Ausgang). Für den dritten Indikator wird ermittelt, ob eine der folgenden Aussagen

zutrifft: (1) der Patient wurde für Herzbeschwerden bereits medikamentös mit Nitroglyzerin behandelt; (2) der Patient hatte bereits früher einen Infarkt; (3) der Patient hat eine ST-Segment Blockade; (4) das Elektrokardiogramm des Patienten weist eine Veränderung der T-Welle auf. Eine zutreffende Aussage genügt und der Patient wird in die Intensivstation geschickt, andernfalls in das reguläre Krankenbett (dritter und vierter Ausgang).

Solche *schnelle & einfache* Entscheidungsbaume können erstaunlich akkurat sein (Martignon et al. 2003). Die Güte des Baums wird von der Auswahl und der Güte der Indikatoren, aber auch von der Reihenfolge ihrer Überprüfung abhängen (für detaillier-

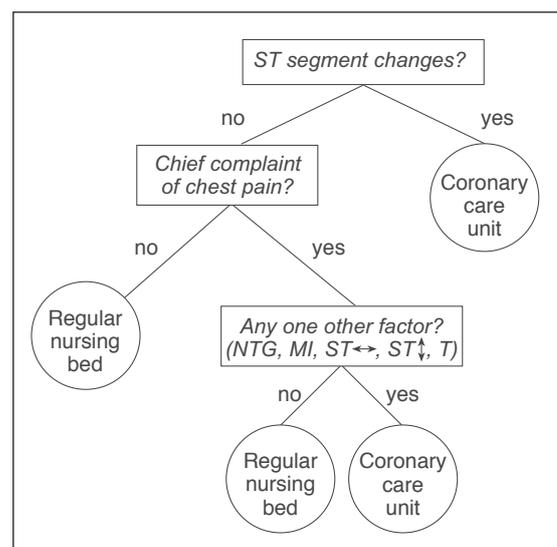


Abb. 4: Ein *schneller & einfacher* Baum zur Einweisung von Patienten auf die Intensivstation.

te Ausführungen zu diesem Punkt s. Martignon et al. 2008). Für unser Argument ist wichtig, dass für die Überprüfung und Anerkennung solcher notwendigerweise „verkürzter“ Entscheidungsprozesse, wie z. B. des *schnellen & einfachen* Baums in Abb. 4, diese zunächst einmal in „Formulierungen“ erfasst bzw. als solche dargestellt werden müssen. Als Prozesse erfasst, können *schnelle & einfache* Entscheidungsabläufe evaluiert, verbessert und kommuniziert werden. Dann können wir von „mutigen“, weil vernünftig mit dem Mangel an Information arbeitenden, Entscheidungsprozessen sprechen. Für die Entscheidungsträger, in diesem Fall den Arzt, die Ärztin in der Notaufnahme, kann die Kenntnis des so gestalteten Entscheidungsbaums entlastend wirken. Er oder sie braucht dann keinen Mut zur Entscheidungsfindung, sondern kann sich auf den Patienten konzentrieren und den „Mut“ an dieser Stelle getrost mit dem Werkzeug teilen. In Kästners Worten, Formulierung ist heilsam.

#### 4 Säulendiagramme: absolutes versus relatives Risiko

Säulendiagramme erlauben schnelle und unkomplizierte Vergleiche von Häufigkeiten, z. B. von ver-

schiedenen Versuchsbedingungen auf das Auftreten einer Merkmalsausprägung. Beim Säulendiagramm wird die Häufigkeit der Zielvariable durch die Höhe der Säulen repräsentiert; beim Histogramm, zum Vergleich, durch den Flächeninhalt. Entsprechend verlangt der Vergleich der Ausprägungen der Zielvariablen beim Säulendiagramm jeweils schlicht die Beachtung einer einzigen Variablen im visuellen Feld, Höhe der Säulen. Abb. 5 zeigt zwei Säulendiagramme; insbesondere das linke von beiden ermöglicht sozusagen Vergleiche auf einen Blick. Das für unseren visuellen Apparat auf diese Weise mühelose Lesen von Säulendiagrammen kann aber auch zur Falle werden: Zum Beispiel können Säulen so konstruiert werden, dass Unterschiede größer erscheinen als sie tatsächlich sind. Das linke Säulendiagramm in Abb. 5 ist angetan so eine Falle zu sein (Gigerenzer & Edwards 2003, S. 743).

Beide Diagramme in Abb. 5 beschreiben exakt die selben Untersuchungsergebnisse einer Studie zu Risiken von Patienten mit Vorhofflimmern, einen Schlaganfall oder schwerer Blutungen zu erleiden. In der Studie wurden drei Versuchsbedingungen auf ihre Auswirkungen bei dieser Patientengruppe untersucht, einmal die Gabe von *Aspirin*, zum anderen

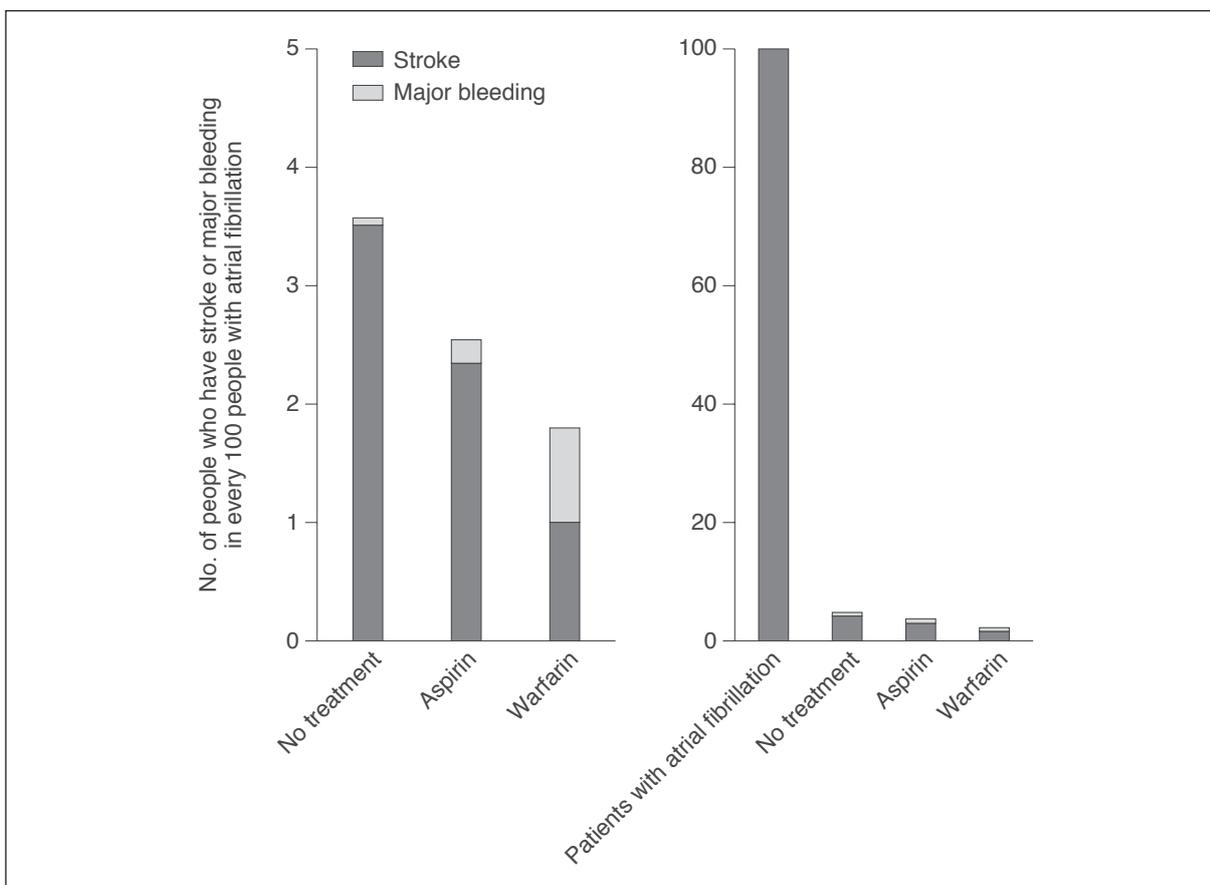


Abb. 5: Anzahl der Menschen mit Schlaganfall oder schweren Blutungen von 100 Personen mit Vorhofflimmern (nach Gigerenzer & Edwards 2003).

die Gabe von *Warfarin* und eine Kontrollbedingung, in der die Patienten keines dieser Medikamente einnahmen. Die Höhe der Säulen im linken Säulendiagramm bestimmt sich aus der Anzahl der Patienten, die einen Schlaganfall oder starke Blutungen erleiden, und zwar *bezogen auf jeweils 100 Patienten*.

Die Höhen der Säulen des rechten Säulendiagramms repräsentieren exakt dieselben Anzahlen wie die des linken! Was ist anders? Die Referenzgruppe von 100 Patienten mit Vorhofflimmern ist einmal symbolisch durch die Beschriftung der Ordinatenachse (linkes Diagramm), das andere Mal graphisch als Vergleichshöhe (rechtes Diagramm) repräsentiert. Die Höhe der ersten Säule im rechten Diagramm („Patienten mit Vorhofflimmern“) nötigt den Maßstab der Ordinatenachse sozusagen Vergleiche relativ zur Größe der Referenzgruppe von 100 Patienten abzubilden. Auch in diesem Fall, können Patienten je nach Darstellung leicht zu unterschiedlichen Einschätzungen darüber kommen, welches Medikament, oder ob überhaupt eine medikamentöse Behandlung angezeigt ist.

Viele Menschen glauben, dass bildhafte Darstellungen viel informativer und leichter zu verstehen sind als Zahlen. Das ist nicht immer richtig. Diagramme können ebenso in die Irre führen, wenn sie zum Beispiel die Referenzgruppe „verschweigen“ oder wichtige Vergleichsgrößen verschleiern.

## 5 Populationsdiagramme

In gewisser Weise sind Populationsdiagramme den Strichlisten einer Datenerhebung nachempfunden. Ein Strich pro Nase. Wie im Abschnitt 2 zur Darstellung von *Natürlichen Häufigkeiten* in Bäumen und Kontingenztafeln beschrieben, nutzen auch Populationsdiagramme ein Darstellungsprinzip der beschreibenden Statistik, um Risiken beschreibbar und graphisch fassbar zu machen. Das Prinzip des *Ein-Symbol-ein-Individuum* hat uns veranlasst diese Darstellungen als *analog* zu klassifizieren (Neurath 1945).

Analoge Repräsentationen können besonders dazu einladen sich selbst, oder allgemeiner eine bestimmte Person (oder auch andere Entität), in die Darstellung hineinzudenken: Wenn ich zu dieser Gruppe (von Symbolen) gehöre, was gilt dann für mich? Welches Risiko trage ich dann, dass das eine oder das andere geschieht?

Die Populationsdiagramme in Abb. 6. stammen aus einem Editorial des *The New England Journal of Medicine* (Elmore und Gigerenzer 2005). Das gesamte

Diagramm bringt die folgende Befundlage zur Darstellung: Vergleicht man Frauen mit gutartigem Befund der Brustbiopsie mit Frauen der Allgemeinbevölkerung, so hatten erstere ein relatives Risiko von 1.27 an Brustkrebs zu erkranken. Frauen mit einer Atypie im Biopsiebefund hatten ein relatives Risiko von 4.24. Welches Bild ergibt sich daraus für das Brustkrebsrisiko bei den verschiedenen Gruppen? Und im Vergleich?

In diesem Fall übersetzen wir direkt in ein Populations-Diagramm. Dazu ist zunächst noch eine Information einzuholen: Wie viele Frauen entwickeln Brustkrebs in der Allgemeinbevölkerung? In der im Editorial von Elmore und Gigerenzer referierten Studie sind dies durchschnittlich 5 von 100 Frauen in einem Studienzeitraum von 15 Jahren. Damit lässt sich nun arbeiten (alle Angaben gerundet). Eine Erhöhung des Risikos um 27 Prozent für Frauen mit gutartigem Befund bedeutet dann, dass nicht durchschnittlich fünf sondern sechs Frauen an Krebs erkranken (bzw.

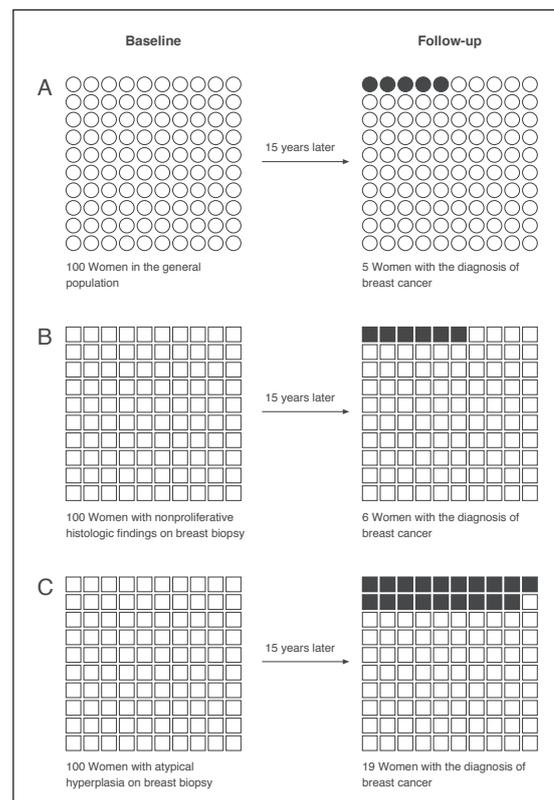


Abb. 6: Populationsdiagramme zum Brustkrebs-Risiko bei drei Gruppen von Frauen: (A) in der Allgemeinbevölkerung, (B) mit Biopsie-Befund über gutartige Veränderungen des Brustgewebes und (C) mit Biopsie-Befund über auffällige Veränderungen des Brustgewebes. Zielvariable ist jeweils die Anzahl der Frauen, bei denen in den nächsten 15 Jahre eine Brustkrebs-Diagnose gestellt wird (dunkle Kreise bzw. Quadrate) (nach Elmore & Gigerenzer 2005).

Krebs diagnostiziert bekommen). Für die Frauen mit Atypien in der Biopsie wurde ein Anstieg des relativen Risikos um 324 Prozent festgestellt. In der Kombination mit Krebs, niederschmetternd (und man kann das niemandem verdenken). Bemüht man wieder die Übersetzung, dann ergibt sich das folgende Bild: jetzt haben in den 15 Jahren nicht fünf Frauen Krebs entwickelt, sondern 19 von 100.

Trotz oder vielleicht gerade wegen ihrer oberflächlichen Affinität zu Strichlisten können Populationsdiagramme durch relativ einfache Mittel zur Darstellung von komplexeren Sachverhalten herangezogen werden. Abbildungen 6 und 7 sind Beispiele hierfür. Abb. 7 informiert über den sogenannten Triple-Test, der zur Bestimmung vorgeburtlicher Risiken für Down-Syndrom und den Neuralrohrdefekt eingesetzt wird.

Die Gestaltung der Symbole in Anlehnung an Merkmale der untersuchten Population kann das Verständnis solcher Diagramme noch weiter fördern, wie Brase in einer Reihe von sehr schönen Experimenten zeigen konnte (Brase 2009).

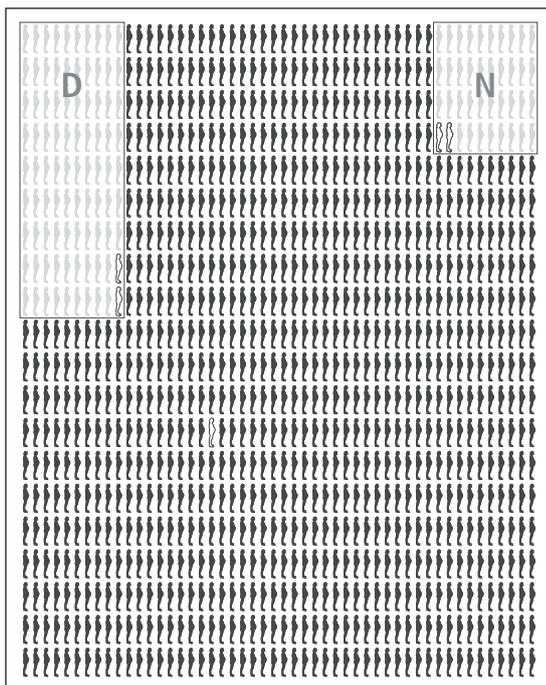


Abb. 7: Ein Populationsdiagramm mit 1000 Schwangeren, deren Triple-Test Ergebnisse bekannt sind (nach einem Diagramm von W. Holzgreve, R. Schloo & P. Miny, Patienteninformationsbroschüre, siehe Villars 2007). Oben links positive Tests auf das Down-Syndrom (D), oben rechts positive Tests auf Neuralrohrdefekt (N). Trotzdem sind die meisten positiven Tests falsch positiv, nur zwei Individuen (umrandet) in jeder Gruppe haben korrekte Ergebnisse im Screening. Bei den negativ Getesteten (dunkel) weist eine Schwangere bzw. deren Kind dennoch eines der Krankheitsbilder auf.

## 6 Enaktive Risiken

Das Prinzip des *Ein-Symbol-ein-Individuum* kann entsprechend auch auf enaktive Materialien ausgedehnt werden. Das Behältnis in Abb. 9 enthält 1000 Individuen, jedes Individuum setzt sich aus zwei Würfeln zusammen (Abb. 8). Diese Darstellung wurde hergestellt, um die Risiken eines Screenings zu verdeutlichen. Die vier Farben repräsentieren Gesundheitszustand (z. B. Krebs, kein Krebs) und Ergebnis des Screeningtests (positiv, negativ).

Wie für die natürlichen Häufigkeiten und Baumdiagramme ausgeführt, bringen auch die analogen Repräsentationen Erwartungswerte zur Darstellung. Die Screening-Urne in Abb. 9 wurde unter Verwendung von Angaben über die Prävalenz einer Krebs-Erkrankung und über die Spezifität und Falsch-Positiv-Rate eines Screening-Tests konstruiert. Mit Material, das es erlaubt, eine Anzahl von Individuen zu präsentieren, können urnen-ähnliche Darstellungen erzeugt werden. Insbesondere mit urnen-ähnlichen Darstellung wird damit offensichtlich eine Anleihe bei der Wahrscheinlichkeitstheorie gemacht, und ein ihr his-

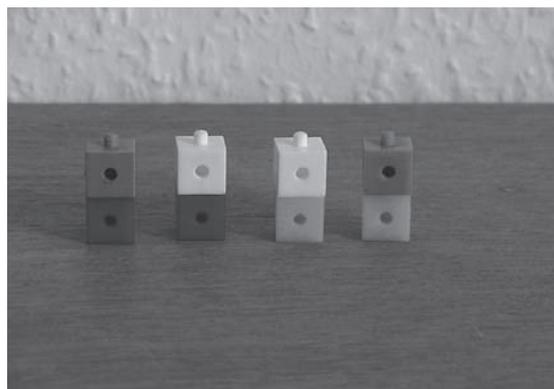


Abb. 8: Verknüpfungen, die aus zwei Steckwürfeln bestehen. Vier Farben repräsentieren zwei binäre Variablen, Gesundheitszustand und Ergebnis eines Screenings. Rot heißt kein Krebs, Grün heißt Krebs, Blau bedeutet ein negatives Testergebnis und Weiß ein positives Testergebnis.



Abb. 9: Eine „Screening-Urne“ mit 1000 Individuen.

torisch zentrales Konzept zur Darstellung von Risiken verwendet. Während also Populationsdiagramme als analoge Darstellungen die deskriptive Statistik zitieren, sind die urnen-ähnlichen Darstellungen gleichsam ein Zitat aus der Wahrscheinlichkeitstheorie. Als enaktive Modelle klingen mit ihnen die probabilistischen Urnen an. Auf diese Weise verbinden diese analogen Darstellungen *natürliche Häufigkeiten* mit dem Konzept der probabilistischen Urne zu einer Modellvorstellung.

Darstellungen können falsch oder richtig, zutreffend oder nicht sein, aber auch toxisch oder heilsam wirken; manchmal sind sie auch „mutig“ und gerne auch einmal etwas autoritär. Dr. Kästner setzte zur Heilung von Seelennöten auf die Lyrik, vielleicht weil diese die Wahrnehmung und das Gefühl der Menschen anders anzusprechen vermag als der Prosatext. Nach ihrer Form und relativen Abgeschlossenheit gleichen graphische und enaktive Modell vielleicht sogar etwas der Lyrik in unserer Wahrnehmung und in unserem Gefühl. Vielleicht sollten wir deshalb gerade wenn es um die Kommunikation von Risiken geht, den Anspruch pflegen, dass diese heilsam sein können.

## Literatur

- Brase, G. (2009): Pictorial representation in statistical reasoning. In: *Journal of Applied Cognitive Psychology* 23, S. 369–381.
- Elmore, J. G. & Gigerenzer, G. (2005): Benign breast disease – The risks of communicating risk. In: *New England Journal of Medicine* 353, S. 297–299.
- Gigerenzer, G. (2002): Calculated risks: How to Know when Numbers Deceive You. New York: Simon & Schuster.
- Gigerenzer, G. (2007): Gut Feelings: The Intelligence of the Unconscious. New York: Viking.
- Gigerenzer, G. & Edwards, A. (2003): Simple tools for understanding risks: from innumeracy to insight. In: *British Medical Journal* 327, S. 741–744.
- Gigerenzer G.; Hoffrage, U. & Ebert, A. (1998): AIDS counselling for low-risk clients. In: *AIDS Care* 10, S. 197–211.
- Gigerenzer, G., Todd, P. M. & the ABC Research Group (1999): Simple Heuristics that Make Us Smart. New York: Oxford University Press.
- Green, L. A. & Mehr, D. R. (1997): What alters physicians' decisions to admit to the coronary care unit? In: *Journal of Family Practice* 45, S. 219–226.
- Jahnke, T. & Wuttke, H. (2005): *Mathematik: Stochastik*. Berlin: Cornelsen.
- Jain, B. P., McQuacy, H. & Moore, A. (1998): Number needed to treat and relative risk reduction. In: *Annals of Internal Medicine* 128, S. 72–73.
- Kästner, Erich (1988/1936): Dr. Erich Kästners Lyrische Hausapotheke. München: Deutscher Taschenbuch Verlag.
- Kurz-Milcke, E., Gigerenzer, G. & Martignon, L. (2008): Transparency in risk communication. In: *Annals of the New York Academy of Sciences* 1128, S. 18–28.
- Kurz-Milcke, E. (2004): The authority of representations. In: *Experts in Science and Society*. E. Kurz-Milcke & G. Gigerenzer, Eds., S. 281–301. New York: Kluwer/Plenum.
- Kurz-Milcke, E. & Martignon, L. (2006): Lebendige Urnen und ereignisreiche Bäume: Überlegungen und Versuche zu einer Didaktik der Stochastik in der Grundschule. In: *Anregungen zum Stochastikunterricht* 3, S. 182–203.
- Martignon, L. & Kurz-Milcke, E. (2006): Educating children in stochastic modeling: Games with stochastic urns and coloured tinker-cubes. In: *Proceedings of the ICOTS-7, Salvador*.
- Martignon, L.; Katsikopoulos, K.; Woike, J. (2008): Categorization with limited resources. fast and frugal trees. In: *Journal of Mathematical Psychology* 52, S. 352–361.
- Neurath, O. (1945): Health education through Isotype. In: *Lancet* (Aug. 25, 1945) S. 236–237.
- Sedlmeier, P. & Gigerenzer, G. (2001): Teaching Bayesian reasoning in less than two hours. In: *Journal of Experimental Psychology: General* 130, 380–400.
- Villars, P. (2007): Pränatal-Tests zur Risikoabschätzung von kindlichen Erkrankungen oder Erbgutstörungen. <http://www.villarsgyn.ch/pranataltest.htm>, 04/30/2006, [Zugriff: 05/25/2007].
- Wassner, C., Martignon, L. & R. Biehler (2004): Bayesianisches Denken in der Schule. In: *Unterrichtswissenschaft* 32, S. 58–96.
- Wassner, C., Krauss, S. & Martignon, L. (2002): Muss der Satz von Bayes schwer verständlich sein? In: *Praxis der Mathematik* 44, S. 12–16.

## Anschrift der Verfasser

Elke Kurz-Milcke  
kurzmilcke@ph-ludwigsburg.de

Laura Martignon  
martignon@ph-ludwigsburg.de

Institut für Mathematik und Informatik  
Pädagogische Hochschule Ludwigsburg  
Reuteallee 46  
71634 Ludwigsburg

Gerd Gigerenzer  
sekigerenzermpib-berlin.mpg.de

Max-Planck-Institut für Bildungsforschung  
Lentzeallee 94  
14195 Berlin